

**【日】大西 广 (Hiroshi OHNISHI)**

## 个人简况

大西 广，1956年出生，京都大学研究生院教授，京都大学上海研究所副所长，世界政治经济学学会副会长。他有三个研究领域。第一是历史马克思主义的新数理模型化，第二是重建社会统计学的统计认识论，第三是对东亚尤其是中国经济的数量分析。

## 联系方法

通信地址：日本京都市伏见区桃山町伊庭100-2 (612-8011)

电话：81-075-753-7531 (办公室) (内线3465)

传真：81-075-753-3492

手机：81-905465-8287

电子邮箱：[ohnishi@econ.kyoto-u.ac.jp](mailto:ohnishi@econ.kyoto-u.ac.jp)

个人主页：<http://www.econ.kyoto-u.ac.jp/~chousa/profile/ohnishi.html>

## 近期论著

曾经在《政治经济学季刊》，《统计学》，《东北亚计量经济研究》等期刊上发表200多篇文章，著述和编纂40多本书，其中10本是独自完成，并有一本被翻译为俄文，两本被翻译为中文和韩文。

## 世界经济的不平衡性发展：从克鲁格曼到列宁

【日】大西 广

美国经济的崩溃已显示世界经济的基本重心转移。在我看来，这种转移与列宁在《帝国主义》书中定义的“不平衡性发展”有关，在书中他也证明了这个历史规律的正确性。首先，清楚起见，本文综述克鲁格曼的“不平衡性发展”模式，即南方国家和北方国家之间的不平衡性发展。其次，我们将证明他其实误解了列宁的原理，列宁的原理比克鲁格曼的更为实际。

### 一、克鲁格曼的“不平衡性发展”

#### （一）克鲁格曼的“不平衡性发展”

在西方经济中，关于世界经济的南北差异现象有多种解释，比如理查德的工业国家和农业国家之间的比较成本理论；赫克歇尔-俄林-萨缪尔森的资本密集型国家和劳力密集型国家的模式；甚至还有杜特的边干边学模型，经验较丰富的国家的生产和经验较少的国家。(Dutt (1986))。然而，除此之外，我们也会关注克鲁格曼 (1981)，因为他提及列宁的模型。他已经证明，许多工业化国家比次工业化国家会累计积累更多的资本，假设前提是科技的渐增回报。首先，我们看一下他的模型。

克鲁格曼的模型运用了两个国家，即，“北方国家”，以“N”代替，“南方国家”，以“S”代替。这里，他假设两国有相同数量的劳动力， $L = L_N = L_S$ ，生产两种商品：制造业产品M和农业产品A。同时，他根据农产品假定了制造业产品的世界单一价格， $P_m$ 。换言之，农产品的世界单一价格被定为单位价格。

制造业生产被认为是资本投入和劳动力投入的活动，并且技术被认为能够带来渐增的回报，即：

$$\begin{aligned} c_N &= c(K_N) & c_S &= c(K_S) & c' &< 0 \\ v_N &= v(K_N) & v_S &= v(K_S) & v' &< 0 \end{aligned}$$

其中c和v 分别代表单位资本和劳动力要求，于是得出下面的关系：

$$M_N = K_N / c_N \quad M_S = K_S / c_S \quad (1)$$

农业产品被认为由劳动力单独生产，他选择许多单位，一个单位的劳动力生产可以一个单位的农业产品。另外，整工作的假定使他得出了下面的关于农业生产的活动：

$$A_N = L - v_N M_N \quad A_S = L - v_S M_S$$

此外，假定劳动力只消费农业产品，并且储蓄率为0，这样就意味着劳动力消耗单位为一个。

基于上面的公式，制造部门的利润率如下：

$$\rho_N = (P_M M_N - v_N M_N) / K_N = (P_M - v_N) / c_N$$

$$\rho_S = (P_M M_S - v_S M_S) / K_S = (P_M - v_S) / c_S$$

因为 $c$ 和 $v$ 是股本的作用，公式可以变换为：

$$\rho_N = \rho(P_M, K_N) \quad \rho_S = \rho(P_M, K_S), \quad (2)$$

其中  $\frac{\partial \rho}{\partial P_M} > 0$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial K} > 0$ , 因为  $c' < 0$ , 并且  $\rho_N > \rho_S$ , 因为  $K_N = K_S$ 。克鲁格曼通过使用上述框架分析南北关系。他的首例分析包括国际贸易，但不包括国际资本流动。在这种情况下，各国的资本积累显示如下：

$$\dot{K}_N / K_N = \rho_N \quad \dot{K}_S / K_S = \rho_S \quad (3)$$

其中  $\dot{X} = dX/dt$ , 并且因为  $\rho_N > \rho_S$ ,

$$\dot{K}_N / K_N > \dot{K}_S / K_S.$$

这就意味着北方国家的资本积累比南方国家的要快，但为了表现 $K_N$ - $K_S$ 图表中的动力学，他继续分析。为此，他将假定条件改变为劳动力收入的 $100\mu$ 百分比用来购买制造业产品。这样，制造业产品的供求关系就变为：

$$P_M(M_N + M_S) = \mu(L_N + L_S) = 2\mu\bar{L}.$$

这个公式可以被改写为：

$$P_M = \frac{2\mu\bar{L}}{\left(\frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S}\right)}. \quad (4)$$

最后，克鲁格曼综合了(2)(3)(4)公式，并得出了下面的结论：

$$\dot{K}_N / K_N = g(K_N, K_S) (= \rho_N) \quad \dot{K}_S / K_S = g(K_N, K_S) (= \rho_S). \quad (5)$$

因为这些是决定 $K_N$ - $K_S$ 动力学所需要的基本关系，我们需要分界线，将区域划分为 $K_N$ 和 $K_S$ ，并标明增长区和下降区。这些线就是 $\rho_N = 0$ 和 $\rho_S = 0$ ，如附录A中所示，克鲁格曼介绍了下面这些关系：

$$\frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho=0} < 0$$

$$\left| \frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho_S=0} \right| < \left| \frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho_N=0} \right|$$

这表明 $\rho_N = 0$ 和 $\rho_S = 0$ 两条线都是向下倾斜的，并且线 $\rho_N = 0$ 比线 $\rho_S = 0$ 更陡，如图1所示：

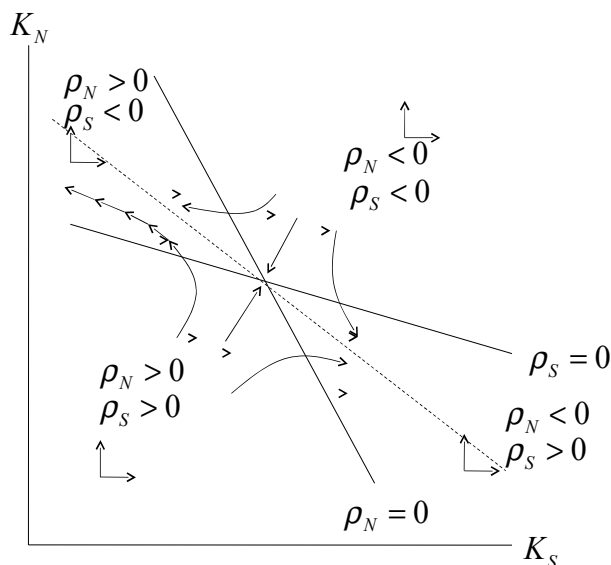


图1

因此， $K_N$ - $K_S$  动力学是图1中所示的形式，其中  $\rho_N=0$  和  $\rho_S=0$  两条线的相交处在45度角。这说明，如果从A处开始的南北关系——北方股本比南方股本多——情形会向右上方进行，直到B处。这意味着北方的制造业快速发展，最后，南方将专门进行农业生产。这就是克鲁格曼的理论：即使没有国际资本运动，国际贸易也将造成不平衡性发展。

(二) 克鲁格曼的“列宁模式”

在西方经济中，由克鲁格曼提出的动力形式，夸大了南北差异，被称为“分歧”，但世界经济的真实情况是恰恰相反的，至少在东亚地区。最低增长是在日本，最高增长在中国。世界经济也相似，因为美国和欧洲经济崩溃后，世界经济重心正在向最大的发展中国家中国转移。但是克鲁格曼无法理解这个事实。

此外，克鲁格曼也误解了列宁的帝国主义原理。在他看来，列宁和霍布森想要证明在世界经济国际化的第二阶段，资本国际化运行时的南北关系。这样理解没有错，但是他误解了其他方面，因为他想用自己的模型来理解列宁，我们下面将解释这一点。

因为克鲁格曼把他的模型改变为资本极具活动性的模型，由图2中依附于纵轴的  $K_N$  和  $K_S$  轨迹所示，被描述为“ $A \rightarrow \rightarrow B$ 。”这是因为，在资本极具活动性的假设前提下，所有资本快速向高利润率国家发展；然后， $K_N$  到达  $K_{MAX}$ ，意味着北方专门生产制造业产品。在  $K_{MAX}$  时，被标为B点，农业部门的备用军消失了，（这是经济发展中的一个转折点），然后通过把北方利润率压低到低于南方，工资上涨把资本推向南方。因此，从这里开始，世界形势开始从B向C发展，如图2所示，其原因是国际资本流动。换句话说，首先，“ $A \rightarrow \rightarrow B$ ”过程继续，保持自由贸易促成的制造业的专门化，然后，在“ $B \rightarrow \rightarrow C$ ”过程中，国际资本流向南方。这样看来，克鲁格曼的模型可理解为国际化两个阶段的表现：自由贸易阶段和“帝国主义”阶段。

此外，克鲁格曼在“ $B \rightarrow \rightarrow C$ ”过程中证明了列宁“劳动力贵族”理论，因为在这一过程中北方工资高于南方。

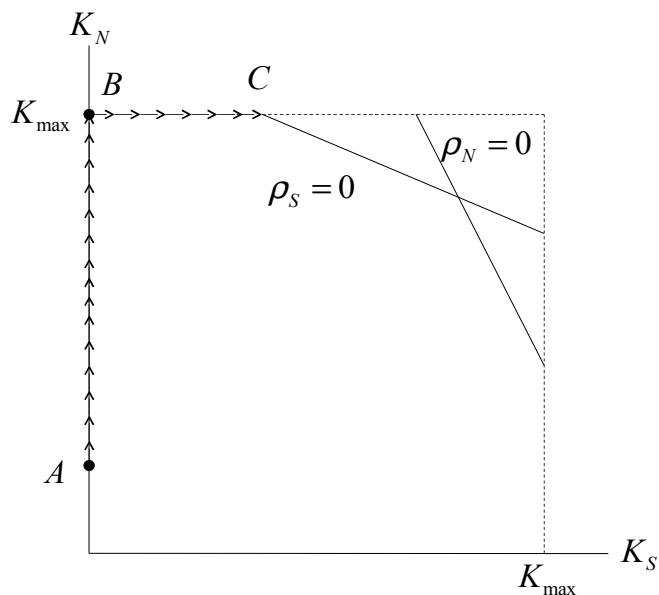


图2

## 二、列宁的“不平衡性发展”

### (一) 列宁的“不平衡性发展”

像我们看到的那样，列宁理论的某些方面被克鲁格曼的模型证明了。然而，我怀疑克鲁格曼可以理解并表达列宁的基本思想。我们必须知道列宁本人是如何陈述的。下面是他的《帝国主义》书中的一段话：

只要资本主义还是资本主义，剩余价值将会不会被用来提高一个国家的大众生活水平，因为那对资本家来说意味着利润的下降，剩余价值的目的是通过向落后国家输出资本而增加利润。在这些落后国家，利润往往很高，因为资本缺乏，土地价格相对较低，工资低，原材料价格低。资本输出之所以可能，原因如下：一些落后国家已经被纳入世界资本流通中；主干铁路已经或正在这些国家修建；工业发展的基本条件已经被建立，等等。资本输出起源于这样的现实需求：在一些国家，资本主义发展“过熟”，并且（由于农业落后和大众贫穷）资本无法找到实现利润投资的土壤。

(Lenin (1917))

因此，我们可以确定有两点是与克鲁格曼的理解不同的。这两点就是：

1) 在克鲁格曼的模型中，图2中，到达C点后，南方不能被工业化，但列宁并没有下过这样的限制。列宁说，落后的资本主义可以追上先进的资本主义，并且有权利被重新分配到殖民地。当然，先进资本主义不同意这样的说法，因此，落后资本主义与先进资本主义之间的冲突导致一场世界大战。在列宁的帝国主义战争理论中，落后资本主义追赶先进资本主义是有争议的。

2) 列宁指出，落后资本主义的利润率低，原因在于缺乏资本。这表明利润率和股

本之间存在相互影响的关系，即， $\frac{\partial \rho}{\partial K} < 0$ 。因此，我们必须假定资本的收益递减来建构列宁的模型。这与克鲁格曼的模型框架是完全不同的。

(二) 资本收益递减下的国际贸易和资本运动

因此，我们研究资本收益递减条件下的国际贸易和资本运动。

首先，我们考虑到没有国际资本运动，但有国际贸易的情况，如图1所示。在 $\rho_s = 0$  和 $\rho_N = 0$ 两条线上，我们可以得出  $\frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho=0} < 0$ ，这意味着 $\rho = 0$ 的两条线都是向下倾斜的，如图1所示。然而，两条线的倾斜是与克鲁格曼案列中的情形相反（见附录B）。即：

$$\left| \frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho_S=0} \right| > \left| \frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho_N=0} \right| .$$

因此，这里我们可以用图3说明，在两线相交处，两国情况趋于一致。这意味着，在资本收益递减的条件下，国际贸易能使落后国家追赶上先进资本主义。

第二，我们考虑到国际资本运动的情况。然而，因为我们在此假设了资本收益递减， $c'$ 变为正的，所以，当 $K_N > K_S$ 时  $\rho_N < \rho_s$ 。因此，资本从北方流向南方，直到 $K_N$ 与 $K_S$ 相等为止。如果这种资本流动的速度没有限度的话，两国的情况都总可以用图3中45度线表现出来。然而，如果资本流动速度有限制的话，动态途径则比没有资本流动状态下更快，但这条途径还是基本与图3中的一样。无论在何种条件下，我们关于资本收益递减的假设都会导致世界趋于一致，即南北差异的下降。

此外，在途径的最后一部分，也就是被标为\*的部分， $K_N$ 减少， $K_S$ 增加。这意味着北方的限制工业化，这也是当前状况的体现，即，世界经济重心的快速迅猛转变。克鲁格曼无法解释这种现象，但是列宁的模式可以提供完整的解释。

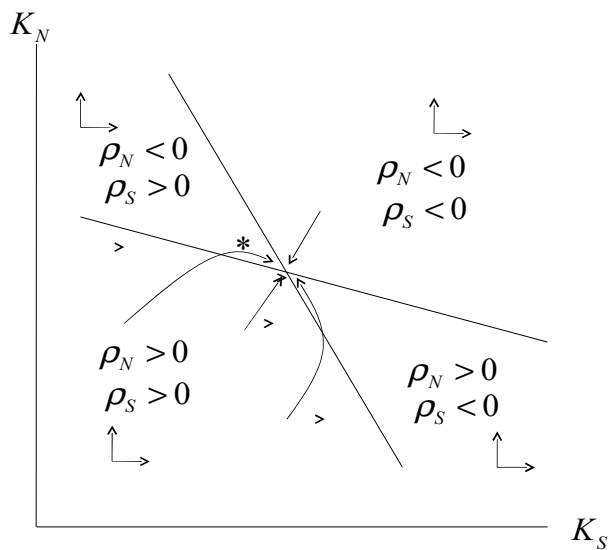


图3

### 三、从克鲁格曼到列宁的历史转变

#### （一）科技特征的变化使分歧走向一致

然而，即使在十九世纪七十年代之前的亚洲新兴工业化经济（NIEs）和1985年之前的东南亚国家中，落后国家的追赶过程也不是很普遍。列宁说“资本输出之所以可能，原因如下：一些落后国家已经被纳入世界资本流通中；主干铁路已经或正在这些国家修建；工业发展的基本条件已经被建立，等等。”

因此，社会基础设施的完备是经济发展的前提，没有这样的前提，落后国家就不能开始追赶。基础设施的一个科技特征通常是资本收益的递增，这在克鲁格曼模式中是被假定的。然而，在基础设施建设完成之后，科技特征则会引起资本收益递减。这样以来，我们就可以理解，战后时期的美国、日本和其他亚洲国家的不平衡性发展，首先是因为资本收益递增，然后是因为资本收益递减。或许，每个国家都经历了一段时期的资本收益递增，达到某个发展阶段后便进入资本收益递减的阶段。这种科技变化被称为“S形生产函数”。这样以来，基于科技变化的假定是合理的<sup>a</sup>。

#### （二）亚洲太平洋国家的S形生产函数和科技变化

此外，这种科技变化可以被介绍，前提是我们假设经济发展的一般道路可以分为三个阶段：1. 资本受限下的低经济增长。2. 打破受限后的高经济增长。3. 劳动力受限下的低经济增长。在这样的假定下，这三个阶段可以被分别解释为A→B阶段，B→C阶段，C→D阶段，如图4所示。然后，如果这种经济符合稳定的Cobb - Douglas生产函数： $Y = AK^\alpha L^\beta$  and  $\alpha + \beta = 1, < \alpha < 1$ ，那么，在第一阶段，资本边际生产力呈上升趋势，在第二阶段相当稳定，在第三阶段呈现下降趋势。（见图5）。

<sup>a</sup>① 克鲁格曼并不是经常提出差异。在第二章，克鲁格曼（1991a）说道“有一种生产循环，其中，新兴工业首先在地方工业区繁荣发展，”在工业部门。然而，这种观点的条件如下：劳动力的过分凝聚，半成品的过分专业化，以及专门技术的流失。这些并不构成科技特征。与此相似，在第三章，运输费用的下降被证明造成工业圈聚集现象，即：聚集——分散——聚集。此外，克鲁格曼(1991b)假定了劳动力的国际自由运动，并且研究了运输费用的影响和跨区域活动工业的比率。然而，这个分析缺乏一定的历史角度。

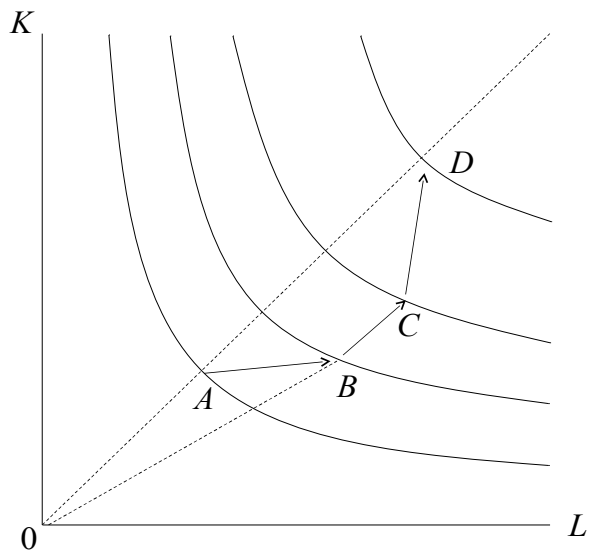


图 4

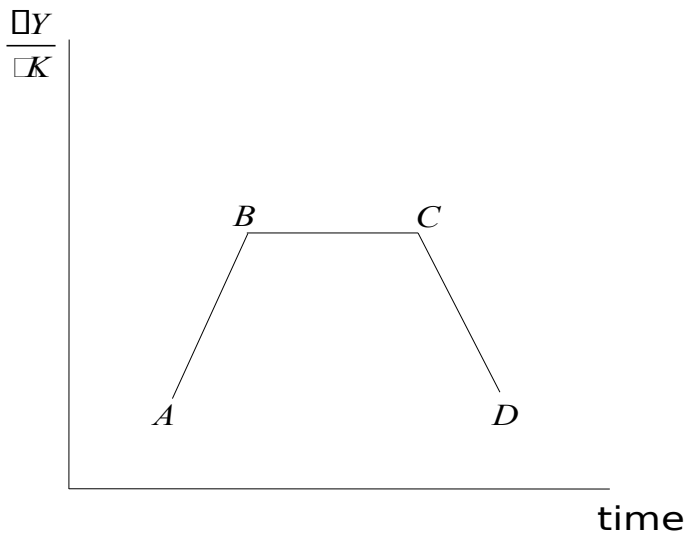


图 5

要证明这种关系，首先，我们介绍

$$\text{利润率} = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha A \left( \frac{K}{L} \right)^{\alpha-1} L^{\alpha+\beta-1} \doteq \alpha A \left( \frac{K}{L} \right)^{\alpha-1} .$$

因此，资本边际生产力是资本-劳动力比率（K/L）的渐减功能，可以用图4中与原点和每个点相连的倾斜的线段表现出来<sup>a</sup>。因此，我们可以明白 A→B 的过程是利润率渐增的形成过程，其中，资本积累的速度低于劳动力供应的速度，导致图4中资本-劳动力比率的下降，然后导致利润率的增长<sup>b</sup>。同样，我们可以明白，C→D的过程

<sup>a</sup> Barro (1991) 同样注意到发展中国家的资本-劳动力比率较低，导致了较高层次的资本边际生产力，然后获得比发达国家更高的增长率。

<sup>b</sup> 在第七章中，Inada, Sekiguchi, and Shoda (1992)估计了战后时期日本的资本边际生产力，

是利润率渐降的形成过程，其中，人口增长率的速度低于资本积累的速度，导致图4中资本-劳动力比率的上升，然后导致利润率的下降。在 B→C 的过程中，因为资本-劳动力比率是固定的，利润率也因此不变。这种关系完全与S形生产函数相吻合，可以用Y-K 图表证明<sup>a</sup>。

所以，我们必须注意到科技特征决定世界体系。这种思想无疑是唯物主义的，并且与列宁的理论完全一致，列宁提出，资本积累的数量与劳动力数量的比率，即资本-劳动力比率，决定利润率，并且会导致国际资本运动。此外，列宁还说落后国家的工资水平低是资本-劳动力比率的结果，可以用下面的公式解释：

$$\text{wage rate} = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta A \left( \frac{K}{L} \right)^{1-\beta} K^{\alpha+\beta-1} \equiv \beta A \left( \frac{K}{L} \right)^{1-\beta}.$$

这个公式表明资本的缺乏导致了低工资率。因此，列宁关于不平衡性发展的理论可以被理解为资本收益的理论，但更准确的是被理解为资本-劳动力比率的长期趋势理论。

其次，我们最后的问题是确定有没有这样一种资本边际生产力的历史趋势。实际上，我们观察了图6和图7中所示的七个亚太国家。这两个图是基于我们自己对股本的估计，包括在Ohnishi (1998)和 Urasaka (1996)，以及其他地方所体现的。如图所示，菲律宾群岛、泰国和印尼处于A→B 和 B→C的阶段，但是美国、日本、韩国和澳大利亚都基本处于C→D的阶段。这样看来，上面的假设其实是实际的。

#### 四、总结

本文是分析克鲁格曼对国际贸易的影响、资本运行和列宁理论的理解的首例。我们可以看到克鲁格曼对列宁理论基本点的误解，这种误解源于他的资本收益递增的科技假定。因此，我们将这种假定转变为资本收益递减，并得出了下面的推断：

- 1) 列宁的不平衡性发展理论可以在资本收益递减的假定条件下形成模式。
- 2) 亚太地区国家的科技正在从资本收益递增状态向资本收益递减状态转变，转变的结果就是，亚太地区已向同一趋势发展。
- 3) 所有的分析证明科技是决定世界一个关键因素。这是历史唯物主义的一个方面。

认为，轻工业消极，重工业不消极。因此，重工业与轻工业相比，前者得到更多的重视，这可能导致这段时期内资本收益的增长。

<sup>a</sup>严格说来，要把A→B 的过程看为资本收益递减的阶段，我们应该假定K 为时间(t)函数，并且  $K''(t) > 0$ 。这样，因为  $c \equiv \frac{K}{AK^\alpha L^\beta} = A^{-1} \left( \frac{K}{L} \right)^\beta K^{1-\alpha-\beta} \equiv A^{-1} \left( \frac{K}{L} \right)^\beta$ ，随着时间前行，c持续下降  $\left( \frac{dc}{dt} < 0 \right)$ 。因此， $\frac{dc}{dK} \cdot \frac{dK}{dt} \equiv \frac{dc}{dt} < 0$ ，并且因为上面的假定( $K''(t) > 0$ )， $\frac{dc}{dK} \equiv c'$  一定是负的。这意味着资本收益是持续增长的。

## 参考资料

- [1] Barro,R.J.(1991), "Economic Growth in a Cross Section of Countries," *Quarterly Journal of Economics*, vol.106, pp.407–443.
- [2] Dutt,A.K.(1986), "Vertical Trading and Uneven Development," *Journal of Development Economics*, No.20, pp.339–359.
- [3] Heckscher,E.(1950), "The Effect of Foreign Trade on the Distribution of Income," in *Readings in the Theory of International Trade*, ed ° By American Economic Association, pp.272–300.
- [4] Inada, Y., Sekiguchi,S ° and Shoda,Y.(1992), *The Mechanism of Economic Development: Growth in the Japanese and East Asian Economies*, Clarenton Press, Oxford.
- [5] Krugman,P.(1981), "Trade, Accumulation, and Uneven Development," *Journal of Development Economics*, No.8, pp.149–161.
- [6] Krugman,P.(1991a), *Geography and Trade*, MIT Press.
- [7] Krugman,P.(1991b), "Increasing Returns and Economic Geography," *Journal of Political Economy*, vol.99, no.3, pp.483–499.
- [8] Lenin,V.I.(1917), *Imperialism, the Highest Stage of Capitalism*, First published in 1917 in pamphlet form, but here cited from Lenin Internet Archive 2005 (<http://www.marxists.org/archive/lenin/works/1916/imp-hsc/>)
- [9] Ohnishi,H.(1998), *Rise-and-fall of the Pacific Rim Countries: Structure and Simulations of the Kyoto University Pacific Rim Model*, Kyoto University Press, in Japanese.
- [10] Urasaka,J.(1996), "Estimation of Capital Stocks and Other Variables in Japan, United States and ASEAN for the KYPAC Model," *The Research and Study*, No.10, Kyoto University Economic Society, pp.50–85, in Japanese.

### 附录A 克鲁格曼案例

首先，我们查看斜线  $\rho_S=0$  的符号。这里  $\rho_S=(P_M-v_S)/c_S=0$  意味着  $P_M=v_S$ 。这个公式与公式 (4) 相结合，我们就可以得出下面的公式：

$$2\mu L=v_S(K_S)\left\{\frac{K_N}{c(K_N)}+\frac{K_S}{c(K_S)}\right\} \quad (6)$$

然后，完全区分公式的两边，我们就可以得出：

$$0=v_S'(K_S)\left\{\frac{K_N}{c(K_N)}+\frac{K_S}{c(K_S)}\right\}dK_S+v_S(K_S)\left[\frac{c(K_S)-K_S c'(K_S)}{c(K_S)^2}\right]dK_S$$

$$+v_S(K_S)\left[\frac{c(K_N)-K_N c'(K_N)}{c(K_N)^2}\right]dK_N.$$

所以，

$$\frac{dK_N}{dK_S}=-\frac{v_S'\left(\frac{K_N}{c_N}+\frac{K_S}{c_S}\right)+v_S\frac{c_S-K_S c_S'}{c_S^2}}{v_S\frac{c_N-K_N c_N'}{c_N^2}}$$

其中分母和第二个分子是正数，因为  $c' < 0$ 。所以，如果  $|v'|$  不是很大的时候，is

not large<sup>a</sup>,  $\frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho_S=0} < 0$ 。这意味着 线  $\rho_S=0$  是向下倾斜的。

a 克鲁格曼 (1991) 假定了  $\frac{\partial \rho}{\partial K} < \left(\frac{\partial \rho}{\partial P_M}\right)\left(\frac{\partial P_M}{\partial K}\right)$ ，而不是做了我们的假定，即：

$$v_N' > v_N \left[ \frac{v_N \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2}}{\frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S}} \right], \quad v_S' > v_S \left[ \frac{v_S \frac{c_S - K_S c_S'}{c_S^2}}{\frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S}} \right],$$

并且使线  $\rho_S=0$  和线  $\rho_N=0$  向下倾斜。这两个假定其实根本上是一致的。克鲁格曼的不等式的右边是正数因为  $\frac{\partial \rho}{\partial P_M} = \frac{1}{c} > 0$ ，

$$\frac{\partial P_M}{\partial K_N} = \left[ \frac{-2\mu L \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2}}{\frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S}} \right] < 0, \quad \frac{\partial P_M}{\partial K_S} = \left[ \frac{-2\mu L \frac{c_S - K_S c_S'}{c_S^2}}{\frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S}} \right] < 0$$

，并且  $\frac{-v'c - c'(P_M - v)}{c^2}$ 。从另一方面讲，

克鲁格曼的不等式的左面是  $\frac{-v'c - c'(P_M - v)}{c^2}$ 。因此，克鲁格曼的不等式变成：

1) 然后，我们检查线  $\rho_N=0$  的倾斜，完全与前面情况的一样，

$$0 = v_N'(K_N) \left[ \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right] dK_N + v_N(K_N) \left[ \frac{c(K_S) - K_S c'(K_S)}{c(K_S)^2} \right] dK_S \\ + v_N(K_N) \left[ \frac{c(K_N) - K_N c'(K_N)}{c(K_N)^2} \right] dK_N .$$

所以，

$$\frac{dK_N}{dK_S} = - \frac{v_N \frac{c_N - K_S c_S'}{c_S^2}}{v_N' \left[ \frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S} \right] + v_N \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2}} .$$

这里，分母可以是正数，如果我们重新假定  $|v'|$  不是很大。这样的话，

$$\frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho_N=0} < 0 , \text{ 这意味着线 } \rho_N=0 \text{ 也是向下倾斜的。}$$

2) 然后，我们比较线  $\rho_S=0$  和线  $\rho_N=0$  的倾斜。

$$\frac{dK_N}{dK_S} \Big|_{\rho_N=0} - \frac{dK_N}{dK_S} \Big|_{\rho_S=0} = - \frac{v_N \frac{c_N - K_S c_S'}{c_S^2}}{v_N' Z + v_N \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2}} + \frac{v_S' Z + v_S \frac{c_S - K_S c_S'}{c_S^2}}{v_S \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2}} \\ = \frac{v_S' Z}{v_S \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2}} + \frac{v_N' Z v_S \frac{c_S - K_S c_S'}{c_S^2}}{\left( v_N' Z + v_N \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2} \right) \left( v_S \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2} \right)} ,$$

其中  $Z = \frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S}$ ，在这种情况下，上述等式的右边的第一个部分是负数，因为它的分母是正数，分子是负数。第二个部分也是负数，因为分母是正数，分子是负数，因为负数符号  $v_N'$ 。所以，上述等式的右边的负数，并且这使得线  $\rho_N=0$  的倾斜比线  $\rho_S=0$  的倾斜更陡。图 1 证明了这种关系。

$$-v'c - c(P_M - v) < c^2 \left\{ \left( \frac{\partial \rho}{\partial P_M} \right) \left( \frac{\partial P_M}{\partial K} \right) \right\} .$$

这个不等式可以进一步被写为：

$$v' > \frac{- \left\{ c^2 \left( \frac{\partial \rho}{\partial P_M} \right) \left( \frac{\partial P_M}{\partial K} \right) + c'(P_M - v) \right\}}{c} .$$

这与我们认为  $|v'|$  不是很大的假定很相似。

(3) 然后我们检查线  $\rho_S=0$  的那端是  $\rho_S>0$  或  $\rho_S<0$ 。为此, 首先, 我们假定  $\rho_S>0$ 。这里,

$$P_M > v_S,$$

因为  $\rho_S = \frac{P_M - v_S}{c_S} > 0$ 。把这个不等式与等式 (4) 相结合, 我们得出下面的:

$$2\mu L > v_S(K_S) \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \quad (8)$$

这里, 因为  $2\mu L$  是不变量, 我们关于线  $\rho_S=0$  哪端是  $\rho_S>0$  的问题转化为线  $\rho_S=0$  的哪端导致不等式的右边 (8) 比左边小。为了解决这个问题, 我们重新假定  $|v'|$  不是很大, 并且与不等式右边相区别, (7), 然后我们得出下面的结论:

$$\frac{\partial \left[ v_S \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_N} = v_S \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2} > 0$$

$$\frac{\partial \left[ v_S \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_S} = v_S' \left( \frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S} \right) + v_S \frac{c_S - K_S c_S'}{c_S^2} > 0$$

因此, 不等式 (8) 和线  $\rho_S>0$  在线  $\rho_S=0$  下面的区域是满足的, 反之亦然。

3) 与前面的例子相似, 我们研究线  $\rho_N=0$  的哪一端是  $\rho_N>0$  或  $\rho_N<0$ 。为此, 我们首先假定  $\rho_N>0$ , 然后我们进入下面的不等式:

$$2\mu L > v_N(K_N) \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \quad (9)$$

再次假定  $|v'|$  不是很大, 并且与上面不等式的右边相区分, 我们得出下面的等式:

$$\frac{\partial \left[ v_N \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_N} = v_N' \left( \frac{K_N}{c_N} + \frac{K_S}{c_S} \right) + v_N \frac{c_N - K_N c_N'}{c_N^2} > 0$$

$$\frac{\partial \left[ v_N \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_S} = v_N \frac{c_S - K_S c_S'}{c_S^2} > 0 \cdot$$

因此, 在这种情况下, 不等式 (9) 和  $\rho_N>0$  在线  $\rho_N=0$  下面的区域是满足的, 反之亦然。

## 附录B 列宁的案列

关于线  $\rho_S=0$  的倾斜问题，我们将之前的资本收益递增的假定 ( $v' < 0, c' < 0$ ) 改变为资本收益递减 ( $v' > 0, c' > 0$ )，然后，在没有任何额外假定条件下，我们得出

$\frac{\partial K_N}{\partial K_S} \Big|_{\rho_S=0} < 0$ 。这意味着线  $\rho_S=0$  是向下倾斜的。

- 1) 在上述例子中，线  $\rho_N=0$  变成向下倾斜的。
- 2) 然后，我们比较本例中线  $\rho_S=0$  和  $\rho_N=0$  的倾斜状况。等式 (7) 右边的第一个部分是正数，因为它的分母和分子都是正数，第二个部分也是正数，因为分子和分母都是正数。因此，在这个例子中，与前面的例子相比，线  $\rho_S=0$  比线  $\rho_N=0$  更陡。这个关系在图 3 中被证明。
- 3) 在本例中，根据  $c'$  和  $v'$  的迹象，我们得出下面结论：

$$\frac{\partial \left[ v_S \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_N} > 0, \quad \frac{\partial \left[ v_S \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_S} > 0$$

$$\frac{\partial \left[ v_N \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_N} > 0, \quad \frac{\partial \left[ v_N \left( \frac{K_N}{c(K_N)} + \frac{K_S}{c(K_S)} \right) \right]}{\partial K_S} > 0.$$

因此，线  $\rho_N=0$  下方， $\rho_N > 0$ ，线  $\rho_S=0$  下方， $\rho_S > 0$ ，反之亦然。