【中】丁堡骏（**Baojun DING**） 黎贵才（**Guicai LI**）

个人简况

丁堡骏，男， 1961年生，长春税务学院副院长、教授

联系方式

通讯地址：吉林省长春市净月大街3699号长春税务学院

邮编：130117

电话：13504452585

电子信箱：dingbaojun@sina.com

试评森岛通夫对马克思两个相等关系的误读

【中】丁堡骏 黎贵才

内容提要：森岛通夫在求解转形问题时，将“加权”的两个基本相等关系作为马克思的两个基本相等关系来论证，曲解了马克思转形命题；在对马克思两个相等关系的论证中，森岛通夫由于变相地引进两个不变性假定，使其论证成为循环论证。因此，从数理角度看，森岛通夫的马尔科夫过程并没有真正解决转形问题。

关键词：价值转形；马尔科夫过程解法；两个相等关系

价值向生产价格的转化即价值转形是马克思劳动价值论的理论中枢。自《资本论》第三卷出版以来的一个多世纪，资产阶级经济学者对马克思的转形理论的批评从而间歇，他们多方指责马克思的转形逻辑不能成立，或批评马克思转形分析是完全多余的[a]。马克思主义及其同情者为捍卫马克思理论，试图构建模型来论证马克思的转形思想。然而遗憾的是，在20世纪50年代以前他们对转形问题的求解不是得出马克思两个恒等关系不能同时成立[b]，就是得出两个恒等关系只有在极苛刻的条件下才能成立[c]。20世纪70年代，森岛通夫运用非负矩阵性质和马尔科夫过程构建动态模型，对马克思两个恒等关系给出了在较宽松条件下成立的证明，在经济学界尤其是在马克思主义学术界引起了较大反响，受到不少西方马克思主义者和部分中国马克思主义研究者的推崇[d]。

然而，尽管森岛通夫在学术界以一个马克思主义经济学维护者的姿态出现，但他并没有最终坚持马克思的劳动价值论。森岛通夫在运用他所构建的模型分析联合生产问题时，却得出马克思的转形理论在联合生产条件下不能成立的结论。他进而据此奉劝马克思主义经济学家放弃劳动价值理论，给学术界马克思理论的研究带来了一定的消极影响。为澄清森岛通夫给学术界造成混乱，推动转形问题的进一步研究，对森岛通夫思想和他的模型进行重新检视和评价是十分必要的。笔者在《转形问题研究的马尔科夫过程解法之迷途》（2007）一文中曾指出，森岛通夫运用鲍特凯维持传统的简单再生产方法，根据实物量关系来分析马克思的转形命题，完全曲解了马克思转形分析的意图，暴露出森岛通夫并没有真正把握马克思劳动价值论的精髓。本文则在上文分析基础上，着重检视他模型中的数学推理，以揭示他的转形解法在数学分

a 以庞巴维克（1898）、萨缪尔森（1974、1982）为代表的资产阶级学者认为马克思的转形逻辑是不能成立的；而斯蒂德曼（1977）等为代表的资产阶级经济学家则认为转化问题是多余的，没有实际意义的。

b 鲍特凯维持构建模型证明了简单生产条件下利润总额等于剩余价值总额，但不能证明价格总额与价值总额相等，而温特尼茨则正好相反。

c 塞顿曾构建模型求解得出，要使得两个马克思的两个恒等关系成立，模型必须满足简单再生产、第三部类的资本有机构成等于社会平均的资本有机构成等条件。

d 美国新古典马克思主义代表人物约翰·罗默（1981）继承了森岛通夫的转形分析思路，并

析上的错误。在做深入分析之前，本文首先对模型的数学推导进行梳理，使模型脉络更为清晰，以方便下文的进一步讨论。

一、森岛通夫对两个相等关系的数学论证

（一）森岛通夫对转形含义的解释

森岛通夫采用冯·诺依曼不等式[3]将再生产的投入产出关系分别用价值和价格形式表示为：

$$\Lambda B \leq \Lambda A + L \qquad (1)$$

$$pB \leq (1+\pi)p(A+wL) \qquad (2)$$

其中Λ为价值行向量，p为价格行向量，π为满足不等式的最大利润率，L为劳动投入向量，A为投入系数矩阵，B为产出系数矩阵。

森岛通夫进一步假定，生产过程满足每一种商品的生产由唯一的生产过程决定并且没有联合产出。这分别意味着，A为方阵和B为单位矩阵。根据这些假定，价值和价格形式的投入产出关系可分别用等式表示为：

$$\Lambda A + L = \Lambda \qquad (3)$$

$$p = (1+\pi)p(A+wL) \qquad (4)$$

考虑到工人的预算约束方程为$w = pD$，价格方程可以表述为：

$$p = (1+\pi)p(A+DL) \qquad (5)$$

森岛通夫就从（3）、（5）这两个方程出发来考察转形问题。

要考察转形问题，首先必须说明由投入产出的价值方程转化而来的生产价格方程能够成立，即必须说明生产价格方程存在一组正利润和非负价格向量解。

森岛通夫认为，由于投入系数为非负矩阵，根据Frobenius定理可以得到，系数矩阵M（$M = A + DL$）一定存在模最大的正的特征根ρ，和非负特征向量p，满足$\rho p = pM$。如果能够说明这个特征根小于1，那么将这个特征根的倒数减去1作为利润率，对应的这个特征向量作为生产价格向量，生产价格方程的经济意义就得到说明。

（二）森岛通夫对马克思两个基本相等关系的论证

森岛通夫在马克思两个基本关系的论证中运用了马尔科夫过程。为了便于读者更好地理清森岛通夫的解法思路，下面将它分解成三步来进行阐述。

1、 迭代各期的价格总和等于价值总和的论证

森岛通夫认为，置盐信雄曾经用$p_{t+1} = \dfrac{p_t x}{p_t M x} p_t M$证明了价值总额等于生产价格总额，即$\Lambda x = px$。理由是，只要规定迭代初始价格为价值，均衡条件的价格为生产价格，

以他模型为基础，对马克思主义的许多经典问题作了深入研究。中国学者白暴力（2003）、杨玉生（2006）、吕昌会（2005）等对森岛通夫的解法也给予了高度评价和肯定，认为森岛通夫正确解答了转形问题。

那么在迭代式的两边同时右乘实际产出向量x即可。这个迭代，森岛通夫认为，相对森岛通夫自己的模型来说更符合现实，因为产出可以为实际产出。接着认为，从这个式子却无法证得利润总额等于剩余价值总额，即 $Sx = \Pi x$ 。

作为对置盐信雄模型的改进，森岛通夫则从产出和价格两方面进行迭代来论证马克思的两个相等关系。

森岛通夫先通过产出迭代方程 $y_{t+1} = \frac{\Lambda y_t}{\Lambda M y_t} M y_t$ 找到各态历经解 $\bar{y}$ 满足[1]:

$$\bar{y} = \frac{\Lambda \bar{y}}{\Lambda M \bar{y}} M \bar{y} \qquad (6)$$

很显然，$\frac{\Lambda M \bar{y}}{\Lambda \bar{y}}$ 为矩阵M的特征根。森岛通夫还证明这个特征根就是Frobenius根。根据前面说明，可得该特征根小于1。森岛通夫将它与1的差作为利润率，即有 $\frac{\Lambda \bar{y}}{\Lambda M \bar{y}} = 1 + \pi$ ，从而有：

$$\bar{y} = (1+\pi) M \bar{y} \qquad (7)$$

森岛通夫接着构建价格向量迭代方程:：

$$p_{t+1} = (1+\pi) p_t M \qquad (8)$$

在价格向量迭代方程的两边右乘 $\bar{y}$ ，并结合（7）式，可得出：

$$p_{t+1}\bar{y} = (1+\pi) p_t M \bar{y} = p_t \bar{y} \qquad (9)$$

从这里可以看出，在简单再生产条件下，迭代各期的生产价格都相等。如果第一期的价格与价值不发生偏离，即有：

$$p_{t+1}\bar{y} = p_t \bar{y} = \Lambda \bar{y} \qquad (10)$$

即迭代中各期的价格都相等，且都等于价值。

2、迭代各期的“剩余价格”总和等于剩余价值总和的论证

综合（7）、（9）、（10）式可得：

$$p_t M \bar{y} = \frac{1}{1+\pi} p_t \bar{y} = \frac{1}{1+\pi} \Lambda \bar{y} = \Lambda M \bar{y} \qquad (11)$$

将（10）式减去（11）式可得：

$$(p_t - p_t M)\bar{y} = (\Lambda - \Lambda M)\bar{y} \qquad (12)$$

即迭代各期的“剩余价格总和”等于剩余价值总和。

3、生产价格的求解与马克思两个基本相等关系的论证

森岛通夫接下来对各部门进行所谓的度量标准化，作变换 $\bar{y} = \hat{Y} u$ ，其中

$\hat{Y}=diag(\hat{y}_1,\hat{y}_2,...\hat{y}_n)$（若 $\bar{y}_i>0$，$\hat{y}_i=\bar{y}_i$；若 $\bar{y}_i=0$，$\hat{y}_i=1$），然后代入（7）式，可得 $u=(1+\bar{\pi})\hat{Y}^{-1}M\hat{Y}u$。此时价值向量变为 $\Lambda^*=\Lambda\hat{Y}^{-1}$。将 $\hat{Y}^{-1}M\hat{Y}$ 记作M*，该式即转化为：

$$u=(1+\bar{\pi})M^*u \qquad (13)$$

现在对这个新的系数矩阵M*重新构造价格迭代方程：

$$p_{t+1}=(1+\bar{\pi})p_tM^* \qquad (14)$$

由于（13）、（14）式与（7）、（8）式结构完全相同，以上推理仍然成立，即有：

$$p_tu=\Lambda^*u \qquad (15)$$

$$(p_t-p_tM^*)u=(\Lambda^*-\Lambda^*M^*)u \qquad (16)$$

森岛通夫认为，如果M*为非负本原矩阵，$(1+\bar{\pi})$ 为它的Frobenius根，那么价格迭代即能收敛。令 $\bar{p}=\lim_{t\to\infty}p_t$，森岛通夫认为，$\bar{p}$ 为转化后的生产价格。现在根据（15）、（16）式有以下两个等式成立。

$$\bar{p}u=\Lambda^*u \qquad (17)$$

$$\Pi u=Su \qquad (18)$$

其中 $\Pi=\bar{p}-\bar{p}M^*$，$S=\Lambda^*-\Lambda^*M^*$。

（17）、（18）式就是森岛通夫所认为的，"生产价格总额等于价值总额"，"利润总额等于剩余价值总额"。至此两个基本条件的论证就告完毕。

二、森岛通夫在两个相等关系论证中的数学错误

1、森岛通夫所论证的两个相等关系是"加权"的相等关系

森岛通夫曾宣称，他已经证明了在不包括所有非基础性生产部门在内的所有生产部门，两个相等关系------"总价值和总价格相等"、"总剩余价值和总利润相等"能够同时存在。但是这两者的相等关系，是在作了标准化变换以后的相等关系，与原来的两个相等关系是否等价，还必须作进一步的分析。下面我们试图对这两个相等关系进行"还原"，以恢复它们的"本来面目"。

为简化起见，可用塞顿的简单三部门经济结构来分析马克思的转形模型[a]。

在塞顿模型中马克思的价值方程为：

$$C_i+V_i+S_i=Y_i, i=1,2,3 \qquad (19)$$

a 鲍莫尔（1974）在批评萨缪尔森的"马克思的'橡皮擦'论"时指出，马克思的转形分析是为了说明非劳动收入如何产生、如何再分配，并不是来表明来如何从价值中推算出价格。丁堡骏（1999）基本赞同鲍莫尔关于马克思转形分析目的观点，认为马克思的价值转形目的是为了说明剩余价值的来源和再分配，并进而从剩余价值再分配的角度构建模型，较成功地论证马克思转形的基本命题。该模型中的"简单的马克思转化模型"如果从简单再生产角度来看，与塞顿的三部门模型结构上是相同的。塞顿对简单再生产条件的转形概括也得到学术界的基本认同。这里为分析方便，仍以塞顿模型为分析参照。

对应的价格方程为：

$$(1+\pi)(C_i x_1 + V_i x_2) = Y_i x_i, i = 1,2,3 \qquad (20)$$

这里Y_i代表i部门产出的价值，其中第三个方程为奢侈品生产部门，其产品的总价值等于各部门剩余价值的总和。则$Y_1 = \sum_{i=1}^{3} C_i$， $Y_2 = \sum_{i=1}^{3} V_i$， $Y_3 = \sum_{i=1}^{3} S_i$。x_1、x_2、x_3分别代表价值(C_i, V_i, S_i)对它们价格的偏离系数$(i = 1,2,3)$。

森岛通夫曾在《价值、剥削与经济增长》一书中将这个模型表示成矩阵形式。他令p_i代表商品i的价格，$C_i = \lambda_1 a_{1i}$，$V_i = \lambda_2 d_2 l_i$，$Y_i = \lambda_i$，则$x_i = p_i / \lambda_i$。并假定各部门的剥削率都为e，并认为$e = \frac{1-\lambda_2 d_2}{\lambda_2 d_2}$，相应价值方程转化为：

$$\lambda_i a_{1i} + l_i = \lambda_i, i = 1,2,3 \qquad (21)$$

价格方程转化为：

$$(1+\pi)(p_1 a_{1i} + p_2 d_2 l_i) = p_i, i = 1,2,3 \qquad (22)$$

用矩阵形式可表示为：

$$(1+\pi)(p_1, p_2, p_3)\begin{pmatrix} \mathrm{a}_{11} & \mathrm{a}_{12} & \mathrm{a}_{13} \\ \mathrm{d}_2\mathrm{l}_1 & \mathrm{d}_2\mathrm{l}_2 & \mathrm{d}_2 l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (p_1, p_2, p_3) \qquad (21)$$

或记为：

$$(1+\pi)p(A+DL) = p \qquad (22)$$

其中$p = (p_1, p_2, p_3)$， $A = \begin{pmatrix} \mathrm{a}_{11} & \mathrm{a}_{12} & \mathrm{a}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$， $D = (0, d_2, 0)^T$， $L = (l_1, l_2, l_3)$。

因此在塞顿模型中对应的总价值等于总价格的表达式$\sum_{i=1}^{3} Y_i = \sum_{i=1}^{3} Y_i x_i$，按照森岛通夫的变换，可以转化为：

$$\sum_{i=1}^{3} \lambda_i = \sum_{i=1}^{3} p_i \qquad (23)$$

如果令$\omega = (1,1,1)^T$， $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$，马克思的"总价值等于总价格"的表达式则可记为：

$$\Lambda\omega = p\omega \qquad (24)$$

另外，由于塞顿模型预付资本的总价值为$\lambda_1 + \lambda_2$，不难验证这个总价值可表示为$\Lambda M\omega$（其中$M = A + DL$），那么马克思的"总剩余价值等于总利润"的表达式按森岛通夫的界定可表示为：

$$(\Lambda - \Lambda M)\omega = (p - pM)\omega \qquad (25)$$

（24）、（25）式是塞顿模型的森岛通夫所采用的矩阵形式表示下的两个相等关系，下面我们来进一步考察森岛通夫模型两个相等关系所代表的具体含义。

在森岛通夫模型中，“总价值等于总价格”和“总剩余价值等于总利润”这两个等式分别指的是 $\Lambda^* u=\bar{p}u$，$(\Lambda^*-\Lambda^* M^*)u=(\bar{p}-\bar{p}M^*)u$，其中，$\Lambda^*=\Lambda\hat{Y}$，$M^*=\hat{Y}^{-1}M\hat{Y}$。

如果将各态历经解代入价格迭代方程（14）式可得：

$$\bar{p}=(1+\bar{\pi})\bar{p}M^* \qquad (26)$$

将M*代入，可将方程还原为：

$$\bar{p}\hat{Y}^{-1}=(1+\bar{\pi})\bar{p}\hat{Y}^{-1}M \qquad (27)$$

由于在森岛通夫模型中，该方程代表的就是生产价格方程，因此将该方程与生产价格方程（22）式相对照，可得 $\bar{p}=p\hat{Y}$。现将 $\Lambda^*=\Lambda\hat{Y}$、$\bar{p}=p\hat{Y}$、$M^*=\hat{Y}^{-1}M\hat{Y}$、$u=\hat{Y}^{-1}\bar{y}$ 代回森岛通夫以上的两个基本等式可得：$\Lambda\hat{Y}\cdot\hat{Y}^{-1}\bar{y}=p\hat{Y}\cdot\hat{Y}^{-1}\bar{y}$，$(\Lambda\hat{Y}-\Lambda\hat{Y}\cdot\hat{Y}^{-1}M\hat{Y})\cdot\hat{Y}^{-1}\bar{y}=(p\hat{Y}-p\hat{Y}\cdot\hat{Y}^{-1}M\hat{Y})\cdot\hat{Y}^{-1}\bar{y}$。化简后即为：

$$\Lambda\bar{y}=p\bar{y} \qquad (28)$$

$$(\Lambda-\Lambda M)\bar{y}=(p-pM)\bar{y} \qquad (29)$$

将（28）、（29）式与（24）、（25）式相对照可以发现，森岛通夫求证的两个相等关系已经马克思原来意义上的两个相等关系，而是“加权”意义上的相等关系，与马克思的两个基本命题是有本质区别的。如果从平均值角度作比较，将 ω、$\bar{y}$ 标准化为模为1的向量，可以发现，马克思的两个基本等式指的是各部门总价值的简单平均等于总价格的简单平均、总剩余价值的简单平均等于总利润的简单平均；而森岛通夫求证的则是，各部门总价值的加权平均等于总价格的加权平均、总剩余价值的加权平均等于总利润的加权平均。而且在森岛通夫的模型中奢侈品部门在各等式中的权重为零（在塞顿模型中表现为 $\bar{y}$ 的第三个分量为0），因此 $\bar{y}$ 不论在什么条件下都不等于 ω，即森岛通夫所证明的两个相等关系与马克思的两个基本相等关系是完全不相容的。

2、森岛通夫在马尔科夫迭代收敛论证中的迂回与错误

进一步对森岛通夫的还原后的两个基本等式进行考察可以发现，如果（11）、（12）式中的价格向量 p_t 能够收敛，那么（28）、（29）式实际上就是（11）、（12）式的均衡方程。因此，只要能证明价格迭代方程 $p_{t+1}=(1+\bar{\pi})p_t M$ 存在各态历经解，我们就可以说，森岛通夫所作的标准化变换就是多余的。

在森岛通夫的模型中，价格迭代方程在收敛特性上与产出迭代方程具有十分类似的性质。而森岛通夫的产出调整迭代方程 $y_{t+1}=\dfrac{\Lambda y_t}{\Lambda M y_t}My_t$ 能够收敛，是从由本原矩阵 $\dot{M}$（＝mM，m为本原矩阵M的Frobenius根的倒数）产生的迭代序列 $x_{t+1}=\dot{M}x_t$ 一定能够收敛演绎出来，但对后者的收敛森岛通夫并没有给出证明，认为这是一个众所

周知的事实。为了讨论的方便，对它的证明这里先作一简单补充。

根据非负矩阵的性质，我们知道，对于任意的非负本原矩阵A，有 $\lim_{m\to\infty}[\rho(A)^{-1}A]^m = L > 0$ 成立，其中，$L = xy^T$，$Ax = \rho(A)x$，$A^T y = \rho(A)y$，$x > 0, y > 0$，且 $x^T y = 1$。

由于 $\dot{M}$ 的谱半径为1，因此一定存在正矩阵L使得 $\lim_{t\to\infty} x_t = Lx_0$，因为：

$$x_t = \dot{M}x_{t-1} = \dot{M}^t x_0$$

从而有：

$$\lim_{n\to\infty} x_t = \lim_{n\to\infty} \dot{M}^t x_0 = Lx_0$$

即序列极限与系数矩阵的初始状态无关，令收敛值为 $\bar{x}$。结合森岛通夫《价值、剥削和经济增长》一书第6章附录引理1的推理就可证得（1）式成立，即存在均衡产出 $\bar{y}$ 满足 $\bar{y} = (1+\bar{\pi})M\bar{y}$。

根据对产出迭代序列收敛的论证，我们也能够很容易证明价格迭代序列即（8）式收敛。因为对于M的转置矩阵M^T而言，由于它与原矩阵有相同的特征根，从而有相同的谱半径（即Frobenius特征根），那么由 $(1+\bar{\pi})M^T$ 生成的任意迭代序列 $\omega_{t+1} = (1+\bar{\pi})M^T\omega_t$ 一定也存在与初始分布无关的极限值，令其 $\bar{\omega}$。从而可以得出 $\bar{\omega} = (1+\bar{\pi})M^T\bar{\omega}$。现在只要令 $p_t = \omega_t^T$，$\bar{p} = \bar{\omega}^T$，就可以很简单说明（8）式收敛。

既然（8）式能够收敛，那么（28）、（29）式的证明就只须将（8）式的各态历经解直接代入（11）、（12）式即可。因此，笔者认为，森岛通夫所作的标准化的变换是没有必要的。

对于产出迭代方程 $y_{t+1} = \frac{\Lambda y_t}{\Lambda M y_t} M y_t$ 而言，由以上的分析可知，产出 $\bar{y}$ 客观上并没有实际的经济意义，只起到权重的分配作用，如果产出迭代方程采用 $y_{t+1} = (1+\bar{\pi})My_t$（其中 $1+\bar{\pi} = \frac{1}{\rho}$，$\rho$ 为M的谱半径），其结果并不会发生改变，形式则变得更为简单了当。

我们再作深一步的考察。森岛通夫曾作结论说，他已经证明了在不包括所有非基础性生产部门在内的所有生产部门，两个相等关系能够同时存在。将所谓的非基础部门排除在外，在总量的核算中体现在向量u某一个或某几个分量为零，进而体现在向量 $\bar{y}$ 中所对应的某一个或某几个分量为零。笔者认为，森岛通夫这里有个较大的疏忽他遗忘了这些零分量在系数矩阵M中所对应的行必定也为零。森岛通夫对此曾将投入系数矩阵调整为 $\hat{Y}^{-1}M\hat{Y}$，但是这种调整只变动系数矩阵各元素的倍数，原来的零元素依然是零元素，因此系数矩阵不论是原矩阵还是调整后的矩阵都不可能是本原矩阵。因为本原矩阵首先必须满足不可约，即不存在置换矩阵P使得：

$$P^T MP = \begin{bmatrix} \mathrm{A} & \mathrm{C} \\ 0 & \mathrm{B} \end{bmatrix} \qquad (30)$$

因此M矩阵一定不存在0行或0列。所以森岛通夫产出迭代方程和价格迭代方程不论是原形式还是调整形式，迭代得出的结果就不是均衡解而是循环解。

当然，这个疏忽还是可以克服的。我们可以将系数矩阵中向量$\bar{y}$的零分量所对应的零行和相应列，和价格向量中$\bar{y}$的零分量所对应的分量去掉，得到新的价格向量p_t'和系数矩阵M'。此时，作为原系数矩阵余子式的新系数矩阵则可以为本原矩阵。用这个新系数矩阵构造产出迭代方程和价格迭代方程进行迭代，就有可能得到均衡解，而且还不会影响森岛通夫原来的分析结果。

森岛通夫在收敛论证中的不严谨，容易给读者的理解造成误导。斯摩洛维特斯（Simonovits,1978）就曾提认为按照这种方式迭代并不能保证一定收敛或循环。他举了一个极坐标函数例子$x = r\cos\phi$，$f(x) = r\cos(\phi + \pi\alpha)$（这里$r,\phi,\alpha > 0$，$\alpha$为无理数，$0 \le \phi < 2\pi$，$0 \le r \le 1$）来说明迭代不能循环和收敛。但在这里斯摩洛维特斯却没有理解数的循环与向量循环之间的区别。向量循环只要求向量分量对应成比例，并不象数的循环那样要求完全相等。正如森岛通夫对斯摩洛维特斯所作的答复一样，斯摩洛维特斯对向量循环的误解是由于他不理解非负矩阵的性质。以上并不是森岛通夫求解转形问题错误的要害所在，其关键错误在于对两个相等关系的论证是“塞顿式”的循环论证。

3、森岛通夫对两个相等关系的论证实质是循环论证

森岛通夫对这两个相等关系的论证存在与塞顿相同的问题，即其论证是一个循环论证。塞顿对马克思两个相等关系的论证之所以是一个循环论证，是因为，塞顿在对这两个相等关系论证过程中引进了两个不变性假定。这两个不变性假定是：一是假定第三部门的价值与生产价格不发生偏离（即$P_3=1$）；另一是隐含地假定按价值计算的利润率等于按生产价格计算的利润率。

同样，在森岛通夫模型中也存在类似的两个不变性假定。

第一，森岛通夫模型也隐含地假定了按价值计算的利润率等于按生产价格计算的利润率。因为，森岛通夫假定投入系数矩阵为本原矩阵，意味着假定产出迭代方程$y_{t+1} = (1+\pi)My_t$和价格迭代方程$p_{t+1} = (1+\pi)p_tM$分别存在各态历经解$\bar{y}$和p，满足$\bar{y} = (1+\pi)M\bar{y}$和$p = (1+\pi)pM$。对这两个均衡方程分别左乘价值向量Λ和右乘产出向量$\bar{y}$可以得到：

$$\Lambda\bar{y} = (1+\pi)\Lambda M\bar{y} \qquad (31)$$

$$p\bar{y} = (1+\pi)pM\bar{y} \qquad (32)$$

从这里可以看出（31）式中的利润率代表的是按价值核算的利润率，（32）式中的利润率代表是按价格核算的利润率。森岛通夫模型将它们不作区分就意味着将这两者相等视为相等。实际上，更一般地，森岛通夫假定了不论按什么形式核算的利润率都相等，且都等于Frobenius根的倒数减1。

第二，森岛通夫在模型中假定了预付资本的价值总额等于预付资本的生产价格总额。森岛通夫假定价格迭代方程的初始价格向量 p_0 等于价值Λ，即意味着相当于假定：

$$p\bar{y}=(1+\bar{\pi})pM\bar{y}=(1+\bar{\pi})p_0M\bar{y}=(1+\bar{\pi})\Lambda M\bar{y} \qquad (33)$$

从而有：

$$\Lambda M\bar{y}=pM\bar{y} \qquad (34)$$

即假定预付资本价值总额等于预付资本的生产价格总额。

因此从以上的分析可以看出，对塞顿模型两个不变性假定的批评同样也适用于森岛通夫模型。暂时撇开森通夫的两个基本相等关系是否忠实原意，很显然，如果已知预付资本的总价值等于总价格，即 $\Lambda M\bar{y}=pM\bar{y}$，而且已知按价值核算的利润率等于按价格核算的利润率，那么有：

$$\bar{\pi}\Lambda M\bar{y}=\bar{\pi}pM\bar{y} \qquad (35)$$

$$(1+\bar{\pi})\Lambda M\bar{y}=(1+\bar{\pi})pM\bar{y} \qquad (36)$$

（35）、（36）式即分别意味着“总剩余价值等于总利润”和“总价值等于总价格”因此森岛通夫模型对两个基本相等关系的论证实际上就是一个循环论证。

三、结语

以上分析表明，森岛通夫论证的两个相等关系，不是原来意义上的马克思的两个相等关系，而是“加权”的两个相等关系。在两个相等关系的论证中由于暗含了两个不变性假定，这种论证也不过是一个循环论证。此外，森岛通夫对“马尔科夫”迭代的收敛性，以及利润率与剥削率的等价关系的论证中还存在数学推导上错误。因此，从数理的角度看，森岛通夫并没有真正解决转形问题。

参考文献

[1]Andras Simonovits。1978。A Note on “Marx in the Light of Modern Economic Theory” by M。Morishima。Econometrica。Vol。46(5), pp。1239-1241.

[2]Baumol, William J。1974。The Transformation of Value: What Marx “Realy Meant”, Journal of Economic Literature, Vol。1。

[3]白暴力.森岛通夫对马克思“价值转形问题”的研究[J].经济学动态.2003(3).

[4]丁堡骏.转形问题研究[J].中国社会科学.1999(5)。

[5]丁堡骏、黎贵才.转形问题研究的马尔科夫过程解法之迷途---评森岛通夫转形问题的解法[J].中国社会科学.2007(5)。

[6]黎贵才.简评吕昌会博士的“价值转形问题的新解法”[J].当代经济研究.2006(8)。

[7]吕昌会.世界著名经济学难题—价值转形问题研究[M].商务印书馆.2005.

[8]Mishima, M.1974。Max in the Light of Modern Economic Theory, Econometrica, Vol。42(4), pp。611-632.

[9]Morishima, M.1978。Value, Exploitation and Growth: Marx in the Light of Modern Economic Theory。London, New York, pp.159-175。

[10]Morishima, M.1978。Max in the Light of Modern Economic Theory: A Reply , Econometrica, Vol。46(5), p1243.

[11]Okishio, N., 1972。On Marx’s Production Prices, (in Japanese), Keizaigaku Kenkyu, [1]Roemer J。1981, Analytical Foundations of Marxian Economic Theory, Cambridge University Press.

[12]Roger A。Horn and Charles R(1999)。Johnson, Matrix Analysis, Cambrige University Press,pp.516-517.

[13]Samuelson, P.A.1974。Understanding the Marxian Nation of Exploitation: A Summary of the So-Called Transformation Problem between Marxian Values and Competitive Prices。Journal of Economic Literature, Vol。9.

[14]Samuelson, P.A.1982。The Normative and Positivistic Inferiority of Marx’s Values Paradigm, Southern Economic Journal, Vol。49(1).PP.11-88.

[15]Stedeman, Ian..1977, Marx after Sraffa, New Left Books, London.

[16]杨玉生.价值、资本、增长：简评西方国家劳动价值论研究[M].经济科学出版社.2006.

[17]岳宏志.马克思转形问题的一个完美证明—简评森岛通夫关于转形问题的研究方法[J].财经研究.20005(7).